

## Corso di fisica II

### Prova scritta del primo modulo del 28/07/08

#### Esercizio 1

Per risolvere questo problema utilizziamo il principio di sovrapposizione: consideriamo il sistema equivalente a una sfera carica piena a cui sottraiamo una sferetta con carica dello stesso segno (o a cui aggiungiamo una sfera di carica opposta).

In generale, per calcolare il campo all'interno o all'esterno di una sfera, è comodo utilizzare il teorema di Gauss.

Dividiamo quindi lo spazio in tre regioni: la prima all'interno della cavità, la seconda nel materiale e la terza che comprende tutto lo spazio fuori dalla superficie della sfera.

Nella prima regione,  $r < R$ , il campo è nullo.

Nella seconda regione,  $R < r < 8R$ , si ha:  $E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left( r - \frac{R^3}{r^2} \right)$

Nella terza regione,  $r > 8R$ , si ha:  $E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{(512-1)R^3}{r^2}$

Per trovare il lavoro necessario a portare un elettrone dal centro della sfera alla superficie esterna utilizziamo il campo della seconda regione (dal momento che nella cavità il campo è nullo, è nullo anche il lavoro dal centro alla superficie interna):

$$L = q \cdot \Delta V = q \int_R^{8R} E(r) dr = \frac{q\rho}{3\epsilon_0} \left( (64-1) \frac{R^2}{2} + \left( \frac{1-8}{8} \right) R^2 \right) = \frac{q\rho}{3\epsilon_0} \left( 63 \frac{R^2}{2} + \frac{7}{8} R^2 \right) = \frac{q\rho}{3\epsilon_0} \cdot 32.375 R^2 = 1.91 \cdot 10^{-16} J = 1188 eV$$

#### Esercizio 2

Questo problema può essere risolto applicando il teorema di Ampère (lungo circonferenze concentriche rispetto al filo):

$$2\pi r B(r) = \mu_0 \int_0^r 2\pi \rho d\rho \cdot J(\rho)$$

Ricordiamo che la corrente in un filo produce un campo magnetico diretto lungo circonferenze concentriche e che correnti anti-parallele producono campi magnetici opposti.

Per comodità dividiamo lo spazio in due regioni, la regione I, interna al filo, e la regione II, che comprende tutto lo spazio esterno al filo.

Nella regione I conta solo la corrente I, quindi per  $r < R$ :

$$B(r) = \mu_0 \frac{r}{2} J = \mu_0 \frac{I}{2\pi R^2} r$$

Nella regione II invece bisogna sottrarre l'effetto della corrente opposta superficiale  $2\pi KR$ :

$$B(r) = \frac{\mu_0}{r} \left( \frac{I}{2\pi} - \frac{KR}{r} \right)$$

Per soddisfare la condizione  $B(2R) = 0.2 \text{ Gauss} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$ , con  $R = 1 \text{ mm}$  riscriviamo l'equazione precedente in funzione di K

$$K = \frac{I}{2\pi R} - \frac{2B_0}{\mu_0} = \frac{800 \text{ A}}{2\pi \text{ m}}$$